



# Digitalna obrada slike

---

## Lekcija VII

### Wavelet transformacija

### Uvod u filtriranje digitalne slike



# Filtri kod waveleta

---

- Dokazali smo da filtri kod wavelet transformacije moraju zadovoljavati:

$$G_0(z)H_0(z) + H_1(z)G_1(z) = 2$$

$$G_0(z)H_0(-z) + H_1(-z)G_1(z) = 0$$

Pod uslovima koji su opisani ranije (da filtri mogu proizvoditi samo čisto kašnjenje) važi:

$$P(z) = G_0(z)H_0(z) = G_1(-z)H_1(-z)$$

$$G_0(z)H_0(z) + G_0(-z)H_0(-z) = 2$$

$$G_0(z)H_0(-z)G_1(-z) + G_0(z)H_0(z)G_1(z) = 0$$



# Filtri kod waveleta

---

$$G_0(z)H_0(z) + G_0(-z)H_0(-z) = 2$$

$$H_0(-z)G_1(-z) + H_0(z)G_1(z) = 0$$

- Inverzna Z-transformacija prvog izraza daje:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} g_0(k)h_0(n-k) + (-1)^n \sum_{k=-\infty}^{\infty} g_0(k)h_0(n-k) = 2\delta(n)$$

odnosno:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} g_0(k)h_0(2n-k) = \underbrace{\langle g_0(k), h_0(2n-k) \rangle}_{\substack{\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)y(k) = \langle x, y \rangle \\ \text{Unutrašnji proizvod.}}} = \delta(n)$$

**Unutrašnji proizvod.**



# Filtri kod waveleta

---

- Slično se može pokazati da važi:

$$\langle g_1(k), h_1(2n - k) \rangle = \delta(n) \qquad \langle g_0(k), h_1(2n - k) \rangle = 0$$

$$\langle g_1(k), h_0(2n - k) \rangle = 0$$

Odnosno da sumiramo **wavelet filtri moraju zadovoljavati sledeću relaciju u vremenskom domenu:**

$$\langle h_i(2n - k), g_j(k) \rangle = \delta(i - j)\delta(n), \quad i, j = \{0, 1\}$$



# Filtri kod waveleta

---

- Ako važi:

$$\langle h_i(2n-k), h_j(k) \rangle = \delta(i-j)\delta(n), \quad i, j = \{0,1\}$$

u pitanju je ortogonalni wavelet (isti tip waveleta se koristi i za analizu i za sintezu).

Prije nego što pređemo na programsku realizaciju wavelet sistema kratko ćemo pojasniti kako se wavelet realizuje kod slika.

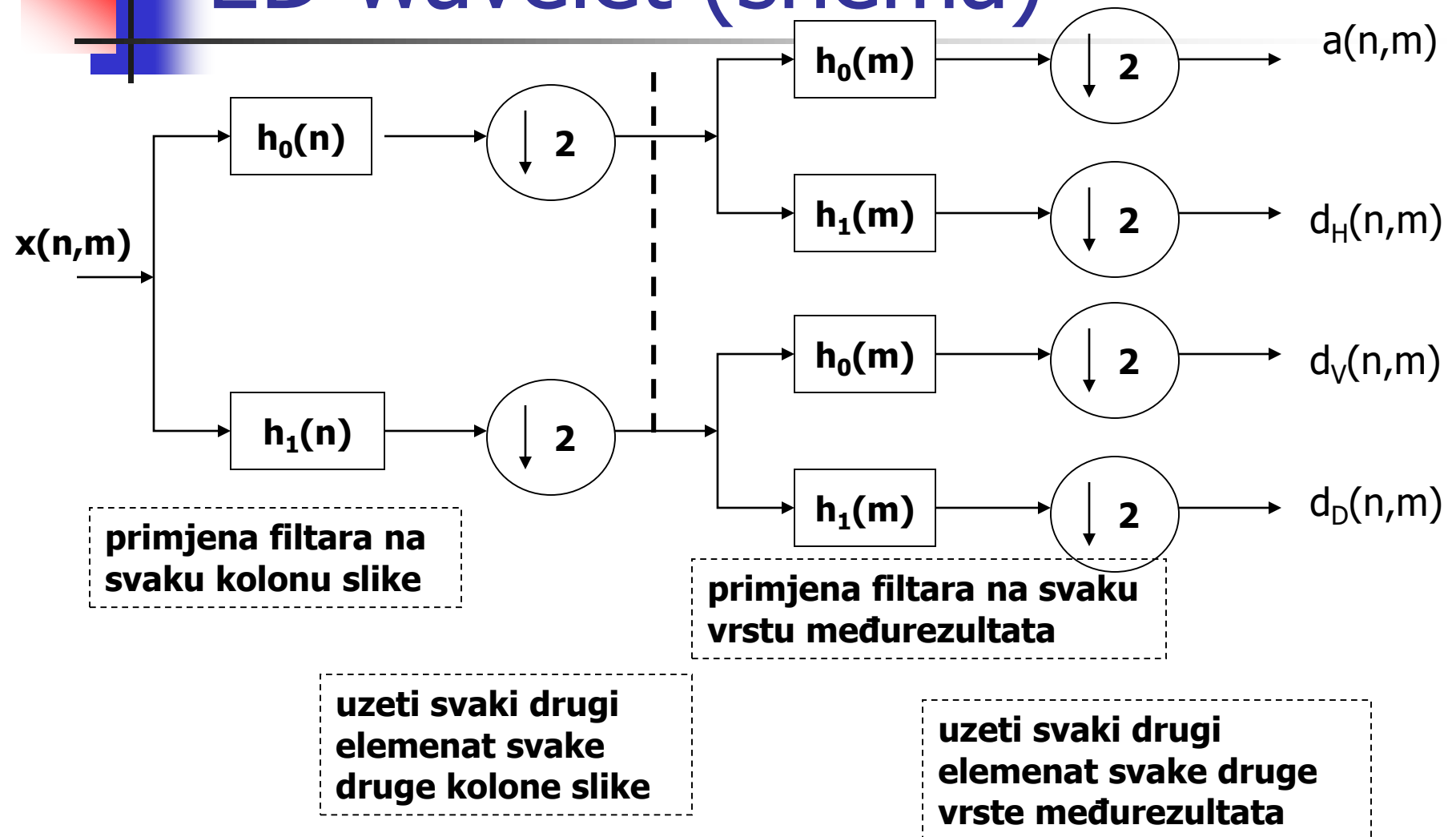


# 2D waveleti

---

- Kako izvršiti wavelet dekompoziciju u slučaju 2D funkcija?
- Kao i u slučaju generalizacije svih 1D transformacija na 2D slučaj i ovdje operacije možemo vršiti odvojeno po horizontali i vertikalni.
- Stoga se prvo izvrši wavelet transformacija kolona (ili vrsta slike) pa se zatim u obje grane izvrši transformacija vrsta (ili kolona slike).

# 2D wavelet (shema)





# 2D wavelet - Komentari

---

- $a(n,m)$  je niskopropusna slika (na engleskom se ponekad kaže coarse image). Oznaka **a** potiče od toga da je ova slika proizvod analize slike. Ova slika se može dalje analizirati (wavelet transformacijom).
- Slike  $d_v(n,m)$ ,  $d_h(n,m)$  i  $d_d(n,m)$  se nazivaju **detaljima** u pravcu horizontale, vertikale i dijagonale. Ove slike se po pravilu dalje ne razlažu.
- Zapamtite da su ove slike dimenzija  $N/2 \times N/2$  tako da se ukupna dimenzija posmatranih podataka ne mijenja (uz dodatak koji donosi primjena konvolucije).
- Pa gdje je onda prednost waveleta i kako se zapravo realizuje?





# Realizacija waveleta

- Ne sporimo mogućnost realizacije wavelet transformacije po definiciji ali prednost dobro definisanih algoritama za njenu realizaciju te mogućnost korišćenja nagomilanog znanja u ovoj oblasti treba koristiti.
- Mi ćemo u realizaciji koristiti MATLAB Wavelet Toolbox ali se na Internetu mogu pronaći i drugi (džabe alati ili MATLAB Toolbox-i).
- Ovaj programski alat je veoma složen pa mi nećemo ulaziti u sve aspekte njegove realizacije odnosno neke operacije ćemo obaviti korak po korak na način koji odgovara našoj teoriji.
- Napominjemo da postoje funkcije gdje se neke dosta složene operacije mogu izvršiti kroz jednu naredbu ali je to prilagođeno korisnicima koji ne znaju o waveletima ništa niti hoće da to nauče.



# Wavelet Toolbox

---

- Napominjemo da je ključne doprinose u proširenju aplikacija wavelet transformacije dao **Donoho** i da mnoštvo funkcija i programa može preuzeti sa njegovog sajta.
- Opet ističemo cilj je proći korak po korak kroz wavelet transformaciju a samo na nekoliko mjesta ćemo uporiječiti korisne prečice da bi izbjegli ulaženje u suviše detalje.
- Prva veoma korisna naredba ima format:  
`[LD,HD,LS,HS] = wfilters('haar')`
- Rezultat ove naredbe su impulsni odzivi filtara koji se koriste u dekompoziciji (analizi) **LD** i **HD** (niskopropusni i visokopropusni) kao i oni koji se koriste u fazi sinteze **LS** i **HS**.
- Argument naredbe je tip waveleta koji se koristi. Ne mora biti Haarov već postoji mnoštvo već predefinisanih wavelet filtara.



# Wavelet filtri

- Znatno “blaže” wavelet funkcije su recimo iz **Daubechies** klase a njihovi nazivi su `'dbn'` gdje je `n` broj koji može ići u granicama od `n=1` do `n=45` (`'db1'` je zapravo Haarov filter). Mi ćemo koristiti `'db23'`.
- Analiza se sada može provesti konvolucijom signala sa odgovarajućim wavelet filtrima:

```
clear
```

```
x=wnoise(1,10);
```

```
[LD,HD,LS,HS]=wfilters('db23');
```

```
xl=conv(x,LD);
```

```
xh=conv(x,HD);
```

Test signal

Filtriranje odgovarajućim filtrima (parameter 'same' je uveden da dobijeni signal ima istu dužinu kao signal – prvi argument, odnosno nepotrebni dio konvolucije je odsječen).



# Decimacija i rekonstrukcija

```
xdl=xl(1:2:length(xl));  
xdh=xh(1:2:length(xl));
```

Decimacija

```
xul=zeros(1,2*length(xdl));  
xuh=zeros(1,2*length(xdl));  
xul(2:2:length(xul))=xdl;  
xuh(2:2:length(xul))=xdh;
```

Upsampling

```
xr=conv(xul,LS)+conv(xuh,HS);  
plot([x;xr(47:length(xr)-45)]')
```

Suma izlaza filtara u  
visokopropusnoj i niskopropusnoj  
grani.

Rekonstruisani signal.

Tumačite ovaj korak!

# Wavelet transformacija - Komentari



---

- U prethodnom primjeru urađena je jedna relativno besmislena operacija: signal je dekomponovan pa je zatim rekonstruisan.
- Napomenimo da prije nego se druge operacije obave obično se niskopropusni dio dekomponuje nekoliko puta.
- Umjesto da prednosti waveleta demonstriramo na 1D signalima uradićemo to na 2D signalu.
- Ovdje ćemo se upoznati sa naredbom `dwt2` (postoji i varijanta `dwt` za 1D signale) kojom se dekompozicija može obaviti u nešto manjem broju naredbi nego što smo mi to uradili.



# Wavelet transformacija slike

---

- Učitajmo sliku [cameraman.tif](#) i izvršimo trostepenu dekompoziciju ove slike (tri puta primjenimo wavelet prvi put na čitavu sliku a svaki naredni put na njen niskopropusni dio).

clear

```
x=imread('cameraman.tif');
```

```
[ca,ch,cv,cd] = dwt2(x,'db1','mode','sym');
```

```
[caa,cah,cav,cad]=dwt2(ca,'db1','mode','sym');
```

```
[caaa,caah,caav,caad]=dwt2(caa,'db1','mode','sym');
```

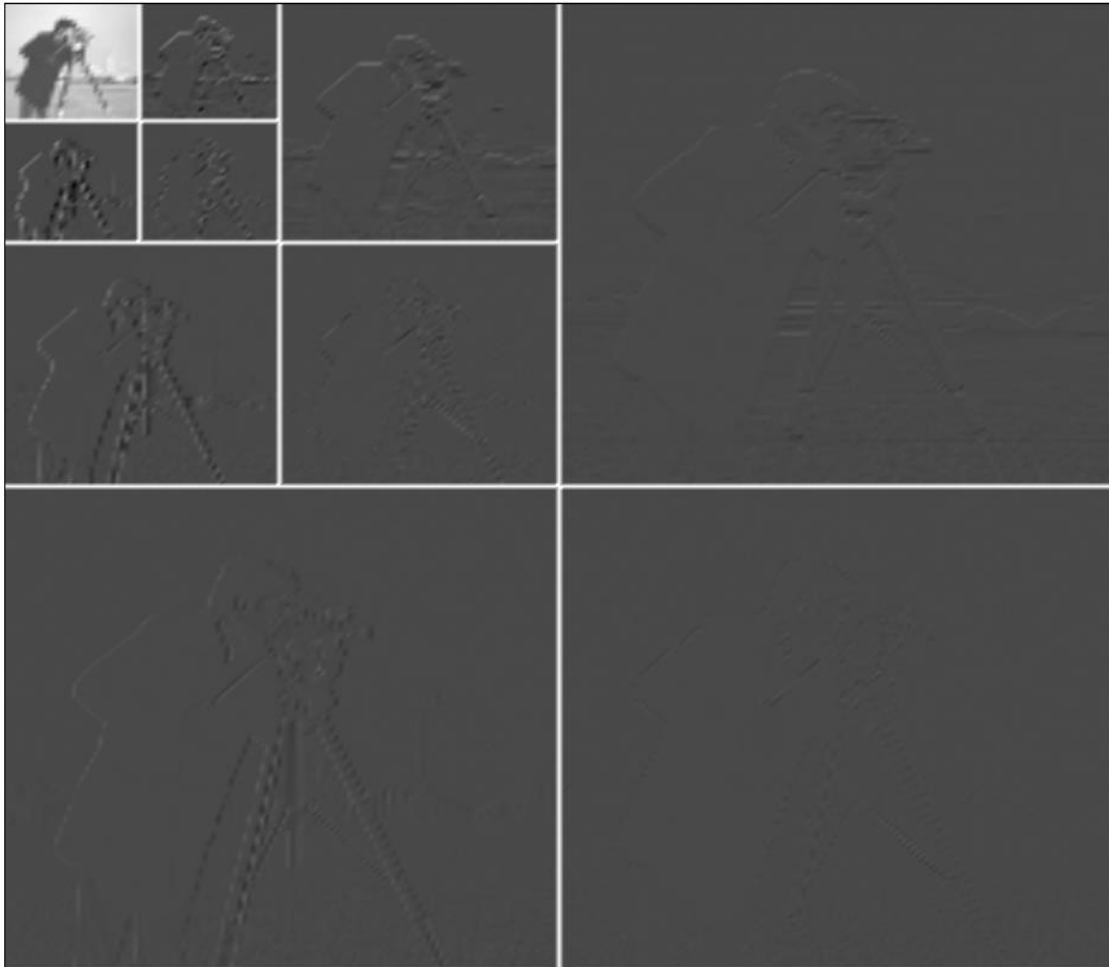
```
Slika=[caaa,caah;caav,caad];
```

```
Slika=[Slika,cah;cav,cad];
```

```
WavTransf=[Slika,ch;cv,cd];
```

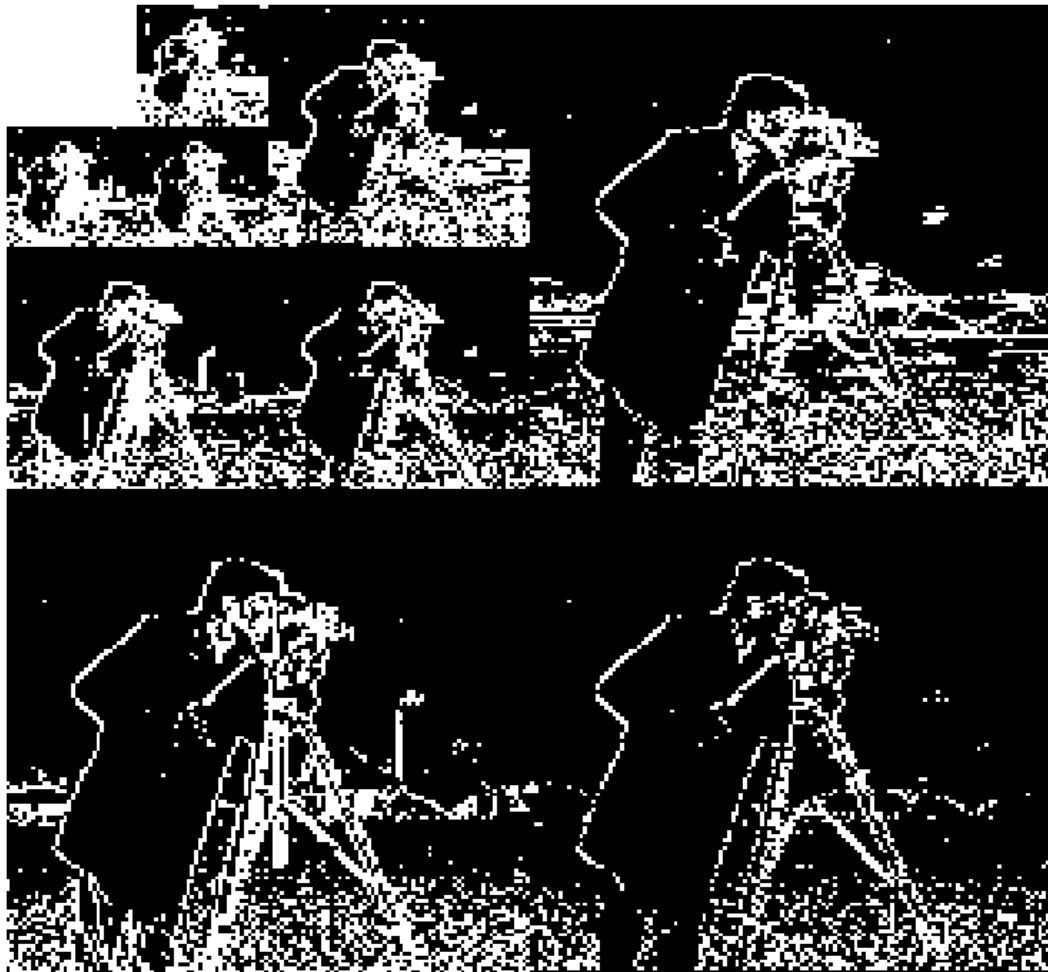
# Wavelet transformacija slike

## Primjer



Wavelet transformacija ima iste dimenzije kao i sama slika ali je ogroman broj "piksela" wavelet transformacije blizu nule, a to znači da ako poništimo te djelove i dalje možemo da imamo rekonstruisanu sliku sa relativno velikom tačnošću.

# Rekonstrukcija slike - Primjer



U postupku rekonstrukcije uzeli smo samo **17%** wavelet koeficijenata sa najvećim vrijednostima (po apsolutnoj vrijednosti). To je osnovna slika i djelovi slika detalja koji predstavljaju ivice i slične elemente.

Rekonstrukciju smo obavili preko **idwt2** naredbe.



# Rekonstrukcija slike



Rekonstruisani  
"Cameraman" na osnovu  
samo 17% wavelet  
koeficijenata.

Zbog predstavljenih  
osobina wavelet ima  
mnoštvo primjena od  
kojih će neke biti  
objašnjene na narednim  
slajdovima.



# Neke primjene waveleta

---

- Ovdje ćemo pomenuti samo dvije najočiglednije primjene wavelet transformacije.
- Prva je u kompresiji. Jasno je da se dio od vizuelnog značaja nalazi u relativnom malom broju koeficijenata. Wavelet se obično ne koristi sam u kompresiji već u kombinaciji sa mnoštvo drugih algoritama kompresije (recimo sa RLE, Huffmanom itd.) ali je wavelet osnova nekih standarda kompresije (npr. JPEG 2000). Pored toga sa waveletom se može obaviti i kompresija sa promjenjivim stepenom koji zavisi od stanja u kojem se kanal nalazi. Ako je kanal opterećen onda se prenosi samo osnovna slika bez detalja a kako propusna moć kanala raste to se prenosi veći broj slika detalja. Ovo je posebno važno u video telefoniji i prenosu videa preko Interneta.



# Primjene u denoisingu

---

- Ako je slika oštećena šumom u prenosu ili prilikom akvizicije (npr. medicinske slike nastale ultrazvukom su obično veoma zašumljene) pokazuje se da je šum u različitim wavelet koeficijentima relativno nezavisan i da se uniformno raspoređuje (ako je broj dekompozicionih koraka relativno velik) na sve wavelet koeficijente. Stoga se filtriranje može obaviti nezavisno za svaki wavelet koeficijent pojedinačno. Postoje dvije osnovne grupe tehnika za filtriranje putem waveleta: **hard thresholding** (uspostavi se prag na osnovu procijenjene veličine šuma i svi koeficijenti ispod tog praga ponište i rekonstruišu samo oni koeficijenti preko tog praga); **soft thresholding** (manji wavelet koeficijenti se proporcionalno više oslabe nego veliki).
- Dobijeni rezultati sa waveletima su posljednja riječ nauke u ovoj oblasti i veoma teško je "pobijediti" wavelete u ovoj aplikaciji istovremeno po brzini i kvalitetu filtriranja.



# Wavelet toolbox

---

- Pored ovoga postoje i druge primjene waveleta.
- Pogledajte wavelet toolbox (demo program **wavedemo**).
- U toolbox-u postoje i “jednopotezne” naredbe za filtriranje signala.
- Na primjer posmarajte naredbu **wden** njene parametre.
- Napominjemo da ova naredba služi za 1D denoising pa pogledajte na koji se način može vršiti denoising 2D podataka.



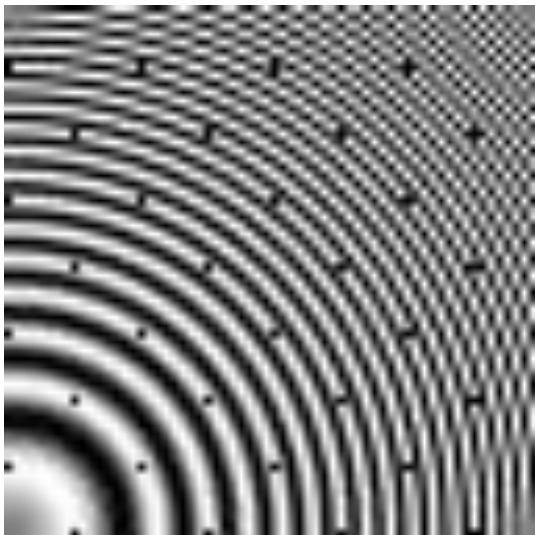
# Mane waveleta

---

- Ako je signal koji se razmatra posjeduje niskopropusni dio koji nosi veći dio energije ali ako se kod tog signala neki relativno značajni detalji nalaze na višim frekvencijama (kod slike ivice i mali detalji) onda wavelet transformacija predstavlja idealno sredstvo za analizu, sintezu, filtriranje, kompresiju itd.
- Digitalna slika je upravo takav tip podataka pa stoga wavelet tehnike danas dominiraju.
- Ako se relativno velika energija signala nalazi na visokim frekvencijama a posebno ako se ne radi o jednoj frekvenciji već se frekvencija mijenja naglo u signalu onda wavelet tehnike nijesu više tako idealne.

# Optički interferogrami

- Takvi signali nijesu previše česti kod slike ali ipak postoje.
- Jedan od takvih tipova su **optički interferogrami** koji se javljaju kao posljedica nesavršenosti optičkog sistema za prenos informacija kao i u optičkoj mikroskopiji (ona je mnogo jeftinija od recimo elektronske mikroskopije ali ima više mana od kojih su jedna ovi interferogrami).



Test primjer signala interferograma.

Wavelet transformacija u prezentiranom obliku nije podesna za analizu i filtriranje ovakvih signala.



# TR (S/SF) Transformacije

---

- Kao sredstvo za analizu 1D signala koji brzo mijenjaju spektralni sadržaj uvedeno su **vremensko-frekvencijske transformacije** (**TF** od Time-frequency).
- Dvije najpoznatije transformacije iz ove grupe su:
  - **Kratkotrajna Fourierova transformacija (STFT);**
  - **Wignerova distribucija (WD).**
- Za višedimenzionalne signale koriste se generalizacije ovih transformacija (ponekad se nazivaju prostorno/prostorno-frekvencijske ili **S**pace/**S**patial-**F**requency).
- Nekoliko osnovnih transformacija iz ove grupe je opisano u knjizi ali zbog nedostatka vremena nećemo ih obrađivati u ovom kursu kao ni filtre koji se mogu na osnovu njih definisati.



# FILTRIRANJE SLIKE

---

- Kruna našeg kursa je primjena različitih algoritama na filtriranje i rekonstrukciju digitalne slike.
- Pod filtriranjem se obično podrazumijeva dobijanje neke tražene karakteristike iz signala (recimo u telekomunikacijama signala nosioca informacije koji je modulisan na nekoj od frekvencija).
- Kod digitalne slike se obično podrazumijeva **denoising** odnosno uklanjanje šuma koji je pridodat slici.
- Cilj denoisinga je da dobijemo signal što je moguće bliži originalnoj slici.
- Pored denoisinga posmatraćemo (istina rudimentarno) i **rekonstrukciju** slike koja podrazumijeva dobijanje slike što je moguće bliže polaznoj slici ali na osnovu slike koja pored šuma može biti podvrgnuta i nekim drugim izobličenjima.





# Spektralne karakteristike slike

---

- Prije nego pređemo na samo filtriranje i na ogroman broj tehnika koje se za to koriste objasnićemo nekoliko detalja (koji su uglavnom intuitivno već jasni) vezanih za spektralne karakteristike slike.
- Ako se sjećate 2D DFT slike je bila veoma koncentrisana oko  $(0,0)$  frekvencije i naglo je opadala kako smo se udaljavali od koordinantnog početka u frekvencijskom domenu.
- Filtre u frekventnom domenu suštinski dijelimo na četiri grupe:
  - Niskopropusne filtre koji propuštaju samo dio frekvencijskih koeficijenata oko  $(0,0)$  koeficijenta (oblik zone može biti proizvoljan ali je obično simetričan);
  - Visokopropusne filtre koje propuštaju samo koeficijente koji su dislocirani od koordinatnog početka u frekventnom domenu;
  - Filtri propusnici opsega koji propuštaju dio frekvencija koji ne obuhvata ni suviše male ni suviše visoke frekvencije i
  - Filtri nepropusnici opsega koji ne propuštaju dio srednjih frekvencija.



# Spektralne karakteristike slike

---

- Prije nego damo formalnu karakteristiku filtara u spektralnom domenu odradimo jedan jednostavan eksperiment.
- Posmatrajmo sliku **Cameraman**.
- Izvršimo niskopropusno filtriranje tako što ćemo uzeti samo zonu od  $17 \times 17$  frekvencijskih odbiraka oko koordinatnog početka a zatim visokopropusno filtriranje u istoj zoni.
- Rezultati ovako grubog filtriranja su prikazani na narednom slajdu.

# Spektralne karakteristike slike



U ovom slučaju je oko 18 puta veća energija niskopropusne slike!!!

- Niskopropusno filtrirana slika je gotovo potpuno neprepoznatljiva, viskopropusna slika je tamna ali prepoznatljiva (da budemo pošteni radi vizuelizacije povećali smo energiju viskopropusne slike).



# Spektralne karakteristike slike

---

- Zaključujemo:
  - Najveći dio energije slike se nalazi na niskim frekvencijama, predstavlja osvjetljaj slike ali i vizuelno relativno neznačajnu komponentu slike.
  - Male energije slike se nalaze na visokim frekvencijama ali predstavljaju izuzetno važne elemente slike za ljudsku viziju (ivice i detalje slike).
- Može se slobodno reći da je ovo razlog za složenost filtriranja digitalne slike i jedan od razloga za upotrebu wavelet transformacije u filtriranju.



# Filtri u frekventnom domenu

- Filtri u frekventnom domenu se mogu definisati kao (ovdje su dati u analognoj formi ali se ova formula može jednostavno diskretizovati za slučaj DFT):

$$\hat{f}(n, m) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\omega_1, \omega_2) H(\omega_1, \omega_2) e^{j\omega_1 n + j\omega_2 m} d\omega_1 d\omega_2$$

→ filtrirana slika

→ 2D FT diskretne  
originalne slike

→ Odziv filtra u  
frekventnom domenu

Filtriranje se provodi zbog otklanjanja uticaja šuma i drugih neregularnosti i/ili određivanja neke važne karakteristike slike.

# Tipovi filtara u frekventom domenu

- Ovdje će biti dati osnovni tipovi filtara na primjeru pravougaonih cut-off filtara koji u frekventom domenu imaju vrijednost 1 za one frekvencije koje propuštaju i 0 za ostale frekvencije a kod kojih je zona koja se propušta ili ne propušta pravougaonog oblika. Daleko od toga da je pravougaonik jedini mogući oblik a zbog ružnih oscilatornih efekata na izgled slike mnogo češće se koriste filtri koji imaju zaobljeniju spektralnu karakteristiku.

$$H(\omega_1, \omega_2) = \begin{cases} 1 & |\omega_1| \leq \Omega_1 \wedge |\omega_2| \leq \Omega_2 \\ 0 & \text{drugdje} \end{cases}$$

Niskopropusni filter.



# Tipovi filtara u frekventnom domenu

$$H(\omega_1, \omega_2) = \begin{cases} 0 & |\omega_1| \leq \Omega_1 \wedge |\omega_2| \leq \Omega_2 \\ 1 & \text{drugdje} \end{cases} \quad \text{Visokopropusni filter.}$$

$$H(\omega_1, \omega_2) = \begin{cases} 1 & \Omega_{11} \leq |\omega_1| \leq \Omega_{12} \wedge \Omega_{21} \leq |\omega_2| \leq \Omega_{22} \\ 0 & \text{drugdje} \end{cases} \quad \text{Filter propusnik opsega učestanosti.}$$

- Sami za vježbu definišite filter nepropusnik opsega učestanosti kao i filtre koji imaju kružni oblik.
- Pored toga definišite i filtre koji imaju oblik Hanningove prozorske funkcije u dijelu propusnog opsega u frekventnom domenu.



# Konvolucija i filtriranje

- Svi do sada uvedeni filtri su bili linearni.
- Linearni prostorno invarijantni filtri se pored relacija u frekventom domenu mogu definisati i u vremenskom domenu pomoću konvolucije:

$$\hat{f}(n, m) = \sum_{n_0} \sum_{m_0} \underbrace{h(n_0, m_0)}_{\text{Impulsni odziv 2D filtra.}} x(n - n_0, m - m_0) = h(n, m) \underbrace{*_n * _m}_{\text{Oznaka 2D konvolucije.}} x(n, m)$$

Zbog čega se tako naziva i kako je povezani sa  $H(\omega_1, \omega_2)$ .

Odrediti impulsne odzive do sada uvedenih 2D filtara.





# Konvolucija ili FFT

---

- Postoje dvije alternative u pogledu načina određivanja odziva linearnih prostorno invarijantnih filtara: konvolucija ili preko FFT u frekventnom domenu.
- Što koristiti?
  - Ono što je jednostavnije.
- Na prvi pogled to je konvolucija u prostornom domenu a sada ćemo da vidimo da li je baš to tako.
- Neka je slika  $x(n,m)$  dimenzija  $N \times M$  i neka je impulsni odziv  $h(n,m)$  dimenzija  $N_1 \times M_1$ .
- Rezultat konvolucije će imati dimenzije  $(N+N_1-1) \times (M+M_1-1)$ . Zbog čega?



# Konvolucija ili FFT

- Pod pretpostavkom da je impulsni odziv filtra manji od slike koja se filtrira za konvoluciju je potrebno:  
 $(N+N_1-1) \times (M+M_1-1) \times M_1 \times N_1$  sabiranja i isto toliko množenja.

↓  
Broj tačaka u izlazu iz filtra.

→ Koliko je sumiranja i množenja potrebno za svaku tačku?

- Kod realizacije preko FFT potrebno je 3 FFT-a (za odziv filtra, ulazni signal i inverzna za izlazni signal). Za ove FFT je potrebno operacija:

$$(N+N_1-1) \times (M+M_1-1) \log_2(N+N_1-1) \times (M+M_1-1)$$

→ Svi signali se moraju dopuniti nulama da bi se izbjegao aliasing.



# Konvolucija ili FFT

---

- Kod realizacije preko FFT-a treba još i  $(N+N_1-1) \times (M+M_1-1)$  množenja  $X(\omega_1, \omega_2)H(\omega_1, \omega_2)$ .
- Da bi realizacija preko konvolucije bila prostija od realizacije preko 3 FFT mora da važi:  
$$(N+N_1-1) \times (M+M_1-1) \times M_1 \times N_1 < 3(N+N_1-1) \times (M+M_1-1) \log_2(N+N_1-1) \times (M+M_1-1) + (N+N_1-1) \times (M+M_1-1)$$
- Odnosno poslije skraćivanja:  
$$M_1 \times N_1 < 3 \log_2(N+N_1-1) \times (M+M_1-1) + 1$$
- Uzmimo da je  $M_1=N_1$  i  $N=M$  i  $N_1=\alpha N$  pa dobijamo.



# Konvolucija ili FFT

---

- $\alpha^2 N^2 < 6 \log_2(N + \alpha N - 1) + 1$ .
- Uzmimo primjer  $N=100$ . Prethodna nejednakost važi za:  $\alpha < 0.065$  odnosno za dimenzije impulsnog odziva filtra koje su manje od  $7 \times 7$ .
- Da zaključimo: direktno izračunavanje konvolucije je dobro kada je impulсни odziv filtra relativno mali dok u ostalim slučajevima bolje je primijeniti konvoluciju.
- Sve izvedene formule su aproksimacija koja dobro oslikava stvarno stanje.
- Oštetili smo realizaciju preko FFT jer smo podrazumijevali da je FFT impulsnog odziva mora računati a ona se može sračunati jednom za sve signale koji se filtriraju sa tim filtrom ali smo oštetili i realizaciju preko konvolucije jer smo pretpostavili da se operacije obavljaju kao da su u pitanju kompleksne veličine.



# Poznati konvolucioni filtri

---

- Jedna relativno velika grupa konvolucionih filtara se primjenjuje u digitalnoj obradi slike ali ne sa prvobitnom namjenom da očisti sliku od šuma već da proizvede neke interesantne efekte na slici.
- Ova grupa filtara se odvaja činjenicom da je bazirana na filtrima čiji je impulsni odziv malih dimenzija pa ih to čini veoma dobrim za realizaciju direktnim konvolucionim pristupom pa odatle potiče i njihovo ime.
- Mi ćemo ovdje uvesti samo najvažnije filtre iz ove grupe.



# Blur filtri

- **Blur filtri** su namijenjeni da izvrše **zamagljivanje slike**.
- Najpoznatiji od blur filtara je **Gaussian blur** filter.
- Ovaj filter se često koristi za davanje dubine objektu.
- Na primjer slika se čovjek ispred neke pozadine. Filter se primjeni samo na pozadinu. Tada se slici daje dubina odnosno pozadina izgleda mnogo udaljenije od čovjeka.
- Impulsni odziv Gaussian-blur filtra je:

$$h(n, m) = \frac{\exp(-(m^2 + n^2) / \sigma^2)}{\sum_n \sum_{m, (n, m) \in \mathbf{D}} \exp(-(m^2 + n^2) / \sigma^2)}$$

Parametar koji kontrolira nivo zamagljenja.

Domen u kojem je definisan filter koji je po pravilu simetričan oko (0,0).

# Gaussian blur filter

- Imenilac u prethodnom izrazu je uveden da bi se očuvala energija slike odnosno da se ne bi promijenio osvjetljaj slike (suma impulsnog odziva je 1).



**Originalna slika.**



**Blur nije primijenjen na zeca.**




# Motion blur filter

---

- Drugi bitan blur filter je **motion blur**.
- Koristi se da simulira kretanje objekta tokom akvizicije slike.
- Kretanje duž horizontale se može simulirati usrednjavanjem određenog broja piksela duž tog pravca.
- Impulsni odziv ovakvog filtra može da bude:

$$h(n, m) = \begin{cases} 1 / N_m & n = 0, m \in [1, N_m] \\ 0 & \text{drugdje} \end{cases}$$

Širina motion blur filtra.



**Najjednostavniji način da se simulira motion blur filtriranje duž drugih pravaca je rotiranjem impulsnog odziva za dati ugao pa zatim primjenom konvolucije.**





# Laplasovski filter

$$h_{\alpha}(n, m) = \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{\alpha+1} & \frac{1-\alpha}{1+\alpha} & \frac{\alpha}{1+\alpha} \\ \frac{1-\alpha}{\alpha+1} & -4 & \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \\ \frac{\alpha}{\alpha+1} & \frac{1-\alpha}{1+\alpha} & \frac{\alpha}{1+\alpha} \end{bmatrix}$$

Impulsni odziv Laplasovog filtra.

Definisan za  $\alpha \in [0, 1]$ .

Za  $\alpha=0$  iznosi:

$$h_0(n, m) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Ovaj oblik filtra se koristi u detekciji ivica odnosno u detekciji naglih promjena osvjetljaja u digitalnoj slici.



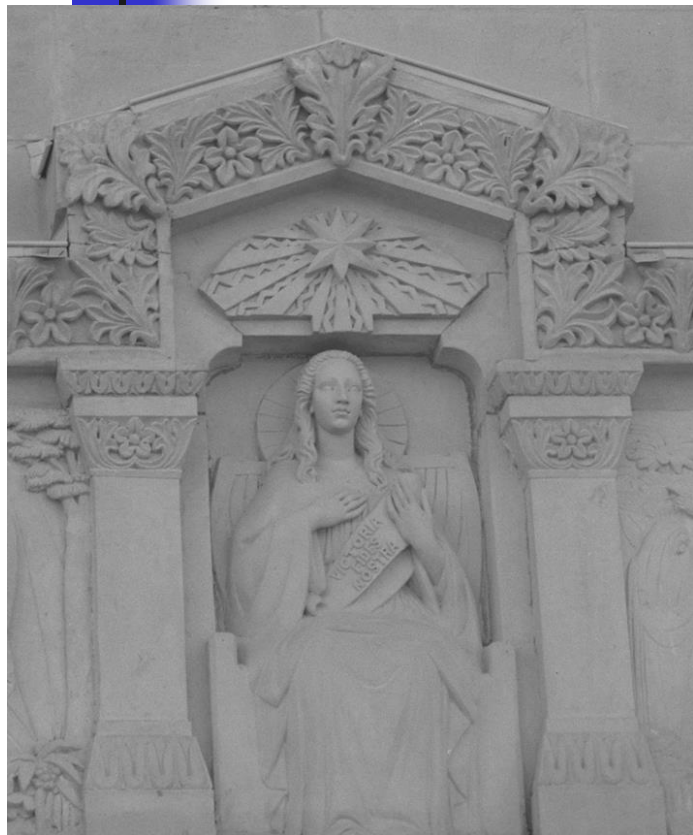
# Izoštavanje slike

---

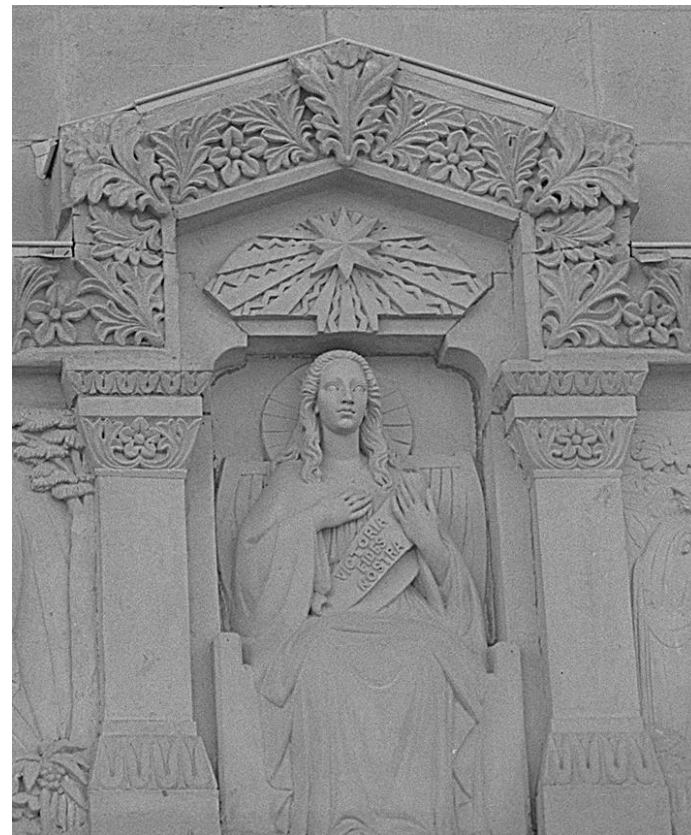
- Najpoznatiji filter za izoštravanje digitalne slike je **unsharpen mask**.
- Impulsni odziv ovog filtra se definiše za dimenzije  $3 \times 3$  na osnovu Laplasovog filtra kao:

$$h(n, m) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - h_{\alpha}(n, m)$$

# Izoštavanje slike - Primjer



**Fasada prije i poslije  
izoštavanja.**



Oprez prilikom izoštravanja da se ne bi pojavili  
artifakti koji izgledaju kao zrnasti šum.



# Konvolucioni filtri

---

- Konvolucioni filtri (još ćemo neke upoznati) predstavljaju osnovu brojnih algoritama u obradi slike.
- Barem 50% filtara koji se koriste u komercijalnim alatima širokog spektra korisnika su bazirani na ovim filtrima.
- Konvolucioni filtri su značajan element i visokospecijalizovanih alata za obradu slike.
- Nastavak druženja sa mnogobrojnim filtrima zakazujemo za narednu nedjelju.



# Za samostalan rad

---

- Proučite wavelet toolbox uključujući:
  - Jednopotezne filtre;
  - Dekompoziciju i dekompoziciono drvo;
  - Algoritme kompresije itd.
  - Napišite izvještaj o wavelet toolboxu na 5 stranica.
- Napišite nedostajuće naredbe koje su iskorišćene za kreiranje slika vezanih za wavelet dekompoziciju i sintezu slike kamerman.
- Proučite soft i hard thresholding tehnike za wavelet transformaciju i napišite programe za filtriranje slike u proizvoljnom broju koraka pomoću waveleta.
- Nađite podatke o JPEG 2000 algoritmu.
- Na ulazu u wavelet filter dolazi Gausov šum sa varijansom  $\sigma^2$ . Na koju vrijednost treba postaviti prag da bi minimizovali uticaj šuma na izlazu wavelet filtra.



# Za samostalni rad

---

- Napišite izvještaj o vremensko-frekvencijskim transformacijama i njihovoj upotrebi u obradi slike.
- Odradite primjere vezane za vremensko-frekvencijske transformacije iz udžbenika.
- Za sve definisane konvolucione filtre odrediti impulsni odziv ako su dati u spektralnom domenu ili spektralni odziv ako su dati preko impulsnog odziva.
- Realizovati u MATLAB-u sve uvedene konvolucione filtre.
- Proučite meni Filters u Photoshopu. Koji uvedeni filtri predstavljaju konvolucione filtre i pokušati da izvršite njihovu simulaciju?
- Proučite masku (selekciju) u Photoshopu. Što predstavlja filtriranje maske?
- Korisnik želi da primjeni filter samo na dio slike. Kako to može da uradi. Koji problemi se javljaju na ivicama tog dijela slike i kako se mogu prevazići?