



Digitalna obrada slike

Lekcija IX

FILTRI I DRUGE PRIČE



Ako još nešto znamo o šumu

- ML filtri se koriste kada je poznat tip šuma koji je zahvatio signal.
- Što ako znamo još neke podatke o šumu koji je zahvatio signal?
- Posmatrajmo sledeći slučaj. Neka je slika $x(n,m)$ zahvaćena bijelim šumom $v(n,m)$:
$$y(n,m) = x(n,m) + v(n,m)$$
- Pokušajmo da odredimo koeficijente linearnog (konvolucionog) filtra $h(n,m)$:
$$s(n,m) = y(n,m) *_{n,m} h(n,m)$$



Wienerov filter - Izvođenje

- Pretpostavimo da je cilj filtriranja minimizacija srednje kvadratne greške:

$$MSE = \frac{1}{NM} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M [s(n, m) - x(n, m)]^2$$

$$MSE = \frac{1}{NM} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \left[\sum_k \sum_l h(n-k, m-l) y(k, l) - x(n, m) \right]^2$$

Kako sada odrediti $h(k, l)$?

Lako! Treba naći parcijalne izvode MSE po svakom $h(k, l)$ i izjednačiti sa nulom. Međukorake u ovoj proceduri vam ostavljam za razigravanje.



Wienerov filter - Izvođenje

- Poslije određivanja parcijalnih izvoda i njihovog izjednačavanja sa nulom dobijamo da koeficijenti traženog filtra zadovoljavaju sledeću relaciju:

$$\sum_k \sum_l h(n-k, m-l) \underbrace{R_{yy}(k, l)}_{\text{Autokorelacija}} = \underbrace{R_{xy}(n, m)}_{\text{Kroskorelacija}}$$

Autokorelacija
zašumljenog signala

$$R_{yy}(k, l) = E[y(n, m) y(n-k, m-l)]$$

Kroskorelacija ulaznog i
zašumljenog signala

$$R_{xy}(k, l) = E[x(n, m) y(n-k, m-l)]$$

Uočimo da je desna strana ove relacije konvolucija.
Stoga primjenimo 2D DFT na obje strane relacije.



Wienerov filter - Izvođenje

- Nakon određivanja 2D DFT dobijamo:

$$H(\omega_1, \omega_2) P_{yy}(\omega_1, \omega_2) = P_{xy}(\omega_1, \omega_2)$$

$$H(\omega_1, \omega_2) = \frac{P_{xy}(\omega_1, \omega_2)}{P_{yy}(\omega_1, \omega_2)}$$

Kros-spektralna gustina snage.

Spektralna gustina snage.

Pretpostavljajući da signal i šum nijesu korelirani
odnosno da važi da je $P_{xv}(\omega_1, \omega_2) = 0$ dobijamo:

$$H(\omega_1, \omega_2) = \frac{P_{xx}(\omega_1, \omega_2)}{P_{xx}(\omega_1, \omega_2) + P_{vv}(\omega_1, \omega_2)} = \frac{|X(\omega_1, \omega_2)|^2}{|X(\omega_1, \omega_2)|^2 + |\mathbf{N}(\omega_1, \omega_2)|^2}$$



Wienerov filter

- Predmetni filter se može zapisati u sledećem obliku:

$$H(\omega_1, \omega_2) = \frac{|X(\omega_1, \omega_2)|^2}{|X(\omega_1, \omega_2)|^2 + |\mathbf{N}(\omega_1, \omega_2)|^2}$$
$$H(\omega_1, \omega_2) = \frac{|Y(\omega_1, \omega_2)|^2 - |\mathbf{N}(\omega_1, \omega_2)|^2}{|Y(\omega_1, \omega_2)|^2}$$

Filtar definisan u ovom obliku naziva se Wienerovim.

Alternativni zapis filtra.

$$= 1 - \frac{|\mathbf{N}(\omega_1, \omega_2)|^2}{|Y(\omega_1, \omega_2)|^2} \rightarrow \begin{array}{l} \text{Nepoznato} \\ \text{Poznato} \end{array}$$

- Da bi odredili funkciju prenosa ovog filtra treba da imamo informacije o spektralnoj snazi šuma odnosno da znamo parametre šuma.



Wienerov filter – Upotreba?

- Na prvi pogled Wienerov filter je u potpunosti neupotrebljiv jer nam je potrebno da znamo što je šum a što je signal a da to znamo mi bi izdvojili sam signal bez nekih sofisticiranih algoritama filtriranja.
- Međutim, Wienerov filter radi dobro i ako imamo samo približnu procjenu varijanse šuma.
- Na primjer, prilikom TV emitovanja (kako izgleda šum kod TV emitovanja u uslovima kada nema slike) jedan frejm se propusti kroz kanal bez slike. Na drugom kraju kanala prijemni sistem (to obično nije TV već drugi predajnik ili kraj linka prilikom TV prenosa) izmjeri spektralnu gustinu snage šuma i tu vrijednost koristi za filtriranje u narednim frejmovima. Procedura se ponavlja s vremena na vrijeme.



Wienerov filter – Upotreba

- Ako se zna da je u slici zastupljen Gausov šum poznato je da taj šum teži da podigne spektralnu gustinu snage čitave slike za određenu veličinu koja je proporcionalna varijansi.
- Da bi se ova veličina procjenila uzme se određeni (ne baš mali) broj najmanjih odbiraka 2D DFT slike i recimo uzme njihova srednja vrijednost ili mediana kao procjena praga šuma. Ta vrijednost (konstanta) se može koristiti kao procjena spektralne snage šuma.



Wienerov filter – Spec. slučaj

- Često se usvojeni spektralni prag (nazovimo ga **T**) koristi na jedan drugi način a to je da se dizajnira Wienerov filter kao:

$$H(\omega_1, \omega_2) = \begin{cases} 1 & |Y(\omega_1, \omega_2)|^2 > \mathbf{T} \\ 0 & |Y(\omega_1, \omega_2)|^2 \leq \mathbf{T} \end{cases}$$

Ova simplifikovana forma daje obično bolje rezultate nego drugi “sofisticiraniji” oblici.

Wienerovi filteri se pokušavaju implementirati u mnogim uređajima gdje se može unaprijed znati tip smetnje koji “napada” sliku. Npr. šum kod ultrazvučnih aparata je Poissonov i mogu se znati njegovi parametri za dati uređaj. Wienerovi filteri su posebno popularni zato što su linearni i mogu se brzo realizovati.



Wienerov filter u rekonstrukciji slike

- Što se podrazumijeva pod rekonstrukcijom slike?
- **Gruba definicija:** Rekonstrukcija je pokušaj dobijanja originalne slike na osnovu slike koja je pretrpjela neke distorzije.
- U praksi se pod pojmom rekonstrukcije podrazumijeva više različitih tipova postupaka.
- **Na primjer:** Umjetničko djelo je oštećeno. Treba ga rekonstruisati. Vršiti se njegova digitalizacija. Ručno se u programskim alatima za obradu slike formira nova slika koja je zatim zadatak za stručna lica koja obavljaju rekonstrukciju. Ovo se često provodi na slikama, ikonama, freskama, ali i na grnčariji koja može biti izlomljena u hiljade komada. Tada se koriste programi koji rade nešto slično kao "puzzle" slagalice.

Wienerov filter u rekonstrukciji

- Mi nećemo ići toliko daleko već ćemo se uglavnom zadržati na sledećem modelu.

$$y(n,m) = x(n,m) *_{n,m} d(n,m) + v(n,m) \rightarrow \text{Šum}$$

Oštećena slika.

Signal od interesa
kojeg želimo
rekonstruisati.

Distorzija
modelovana kao
linearni prostorno
invarijantni proces.

- Zapišimo ovo u frekventnom domenu:

$$Y(\omega_1, \omega_2) = X(\omega_1, \omega_2) D(\omega_1, \omega_2) + N(\omega_1, \omega_2)$$

Primjenimo na ovaj dio Wienerovo filtriranje pod uslovom da je $N(\omega_1, \omega_2)$ poznato.



Inverzno filtriranje

- Wienerov filter je u ovom slučaju:

$$H_w(\omega_1, \omega_2) = 1 - \frac{|\mathbf{N}(\omega_1, \omega_2)|^2}{|Y(\omega_1, \omega_2)|^2}$$

Ovaj filter je estimator $\mathbf{X}(\omega_1, \omega_2) \mathbf{D}(\omega_1, \omega_2)$. Ako nam je poznato $\mathbf{D}(\omega_1, \omega_2)$ onda $\mathbf{X}(\omega_1, \omega_2)$ (2D FT polazne slike) možemo odrediti kao.

$$\tilde{X}(\omega_1, \omega_2) = \frac{H_w(\omega_1, \omega_2)}{D(\omega_1, \omega_2)} Y(\omega_1, \omega_2)$$

→ Tilda ovdje znači približno.

Inverzni filter.

Ako zanemarimo uticaj šuma dobijamo:

$$\tilde{X}(\omega_1, \omega_2) = \frac{Y(\omega_1, \omega_2)}{D(\omega_1, \omega_2)}$$



Inverzno filtriranje - Problem

- Da bi ilustrovali problem koji može da nastupi kod inverznog filtra posmatrajmo konkretan slučaj motion blura duž x-ose dužine K.
- 2D DFT ovog motion blura moramo sračunati preko čitave slike dimenzija $N \times M$:

$$\begin{aligned} D(k_1, k_2) &= \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} d(n, m) \exp\left(-j \frac{2\pi n k_1}{N} - j \frac{2\pi m k_2}{M}\right) = \\ &= \frac{1}{K} \sum_{m=0}^{K-1} \exp\left(-j \frac{2\pi m k_2}{M}\right) = \frac{1}{K} \frac{1 - \exp\left(-j \frac{2\pi K k_2}{M}\right)}{1 - \exp\left(-j \frac{2\pi k_2}{M}\right)} = \end{aligned}$$



Inverzno filtriranje - Problem

$$D(k_1, k_2) = \frac{1}{K} \frac{\sin\left(\frac{\pi K k_2}{M}\right)}{\sin\left(\frac{\pi k_2}{M}\right)} e^{-j\pi(K-1)k_2/M}$$

- Problem je što se apsolutna vrijednost 2D DFT (spektar 2D DFT) anulira za svaki cijeli broj \mathbf{k}_2 koji se može zapisati kao $\mathbf{k}_2 = \mathbf{M}\mathbf{r}/\mathbf{K}$ gdje je \mathbf{r} neki cijeli broj. Tada nastupa problem dijeljenja sa nulom koji bi nam uništio sliku.
- Funkcija prenosa inverznog filtra se stoga često definiše kao:

$$H^-(k_1, k_2) = 1/D(k_1, k_2) \quad \text{za} \quad |D(k_1, k_2)| > \varepsilon$$

$$H^-(k_1, k_2) = 0 \quad \text{za} \quad |D(k_1, k_2)| \leq \varepsilon$$



Inverzno filtriranje sa šumom

- Često se inverzno filtriranje slike koja je zahvaćena šumom ne vrši istovremeno kad i Wienerovo filtriranje već se Wienerovo filtriranje vrši unaprijed ili naknadno.
- Stoga je važno da sam inverzni filter ne izvrši pojačanje uticaja šuma. Kao što smo vidjeli ranije šum se u frekventnom domenu raspoređuje više manje uniformno čak i na niskopropusnim djelovima gdje nema puno uticaja signala. Stoga se frekventni odziv inverznog filtra limitira na 1 za visokopropusni dio slike:

$$H^{-}(k_1, k_2) = \begin{cases} 1/D(k_1, k_2) & k_1^2 + k_2^2 \leq k_0^2 \\ 1 & k_1^2 + k_2^2 > k_0^2 \end{cases}$$

Parametar koji se usvaja.



Primjenjivost inverznih filtara

- Pored ovih formi postoje iterativni algoritmi koji vrše inverzno filtriranje u prostornom domenu. Startuju sa polaznom slikom i iterativno podešavaju sliku da se približava inverzno filtriranoj. Zbog složenosti ih nećemo raditi (jedna tehnika je opisana u knjizi).
- Da bi izvršili inverzno filtriranje moramo približno da znamo distorziju! Na sreću proizvođači senzora distorziju koju stvara njihov senzor obično znaju pa mogu da softverskim putem izvrše inverzno filtriranje (ovo je mnogo jeftinije nego da imamo skuplje senzore). Proizvođači tada vrše podešavanje i inverzno filtriranje softverski. Pored toga u mnogim situacijama moguće je procijeniti parametre smetnje i potrebnog inverznog filtra.



O varijantama inv. filtra

- Kod većine linearnih distorzija slike najbolji rezultati su dobijeni pomoću varijante koja analizira dobijeni inverzni filter i uzima samo dio frekvencijske zone od koordinatnog početka do **prvih nula u odgovorajućim pravcima**.
- Postoji i posebna oblast matematike koja se bavi rješavanjem **jednačina u konvoluciji** (gdje je nepoznata veličina konvoluirana sa nekom poznatom). Inverzno filtriranje pripada grupi jednačina u konvoluciji što znači da postoji prostor da se i dalje neke matematičke tehnike primjene u ovoj oblasti.



Filtriranje slike u boji

- Linearno filtriranje (konvoluciono) uključujući MA filter, Wienerovi i inverzni filtri se primjenjuju na slike u boji na svaki kanal posebno.
- Kod nelinearnih (median, L-filtri i drugi) filtara slična strategija se može usvojiti. Tada se filtri nazivaju **marginalnim**. Na primjer **marginalni median** podrazumjeva da je median sa istim parametrima primijenjen na svaki kanal slike posebno.
- Kod slike u boji se bolji rezultati mogu dobiti nešto složenijim – **vektor median** filtrima.



Definicija median filtra

Podsjećanje

- Pretpostavimo da posmatramo trenutak n i lokalno susjedstvo $[n-K, n+K]$. Izlaz median filtra se definiše kao vrijednost μ koja minimizuje:

$$J(\mu) = \sum_{k=n-K}^{n+K} |x(k) - \mu|$$

- Ovo se može shvatiti da je μ vrijednost iz skupa $\{x(k) | k \in [n-K, n+K]\}$ čije je **rastojanje** od svih ostalih vrijednosti iz skupa minimalno.



Vektor median

- Vrijednost osvjetljaja za piksel slike u boji se može zapisati kao vektor $\mathbf{x}(n,m)=(r(n,m),g(n,m),b(n,m))$. Izlaz iz vektor median filtra za lokalno susjedstvo (ovdje dajemo 2D susjedstvo dok je na prethodnom slajdu bilo 1D) je osvjetlaj μ iz skupa $\{\mathbf{x}(k,l) | (k,l) \in [n-K,n+K] \times [m-L,m+L]\}$ koji ima najmanje rastojanje od svih ostalih tačaka iz skupa:

$$J(\mu) = \sum_{k=n-K}^{n+K} \sum_{l=m-L}^{m+L} d(\mathbf{x}(k,l), \mu)$$

Rastojanje u 3D vektorskom prostoru.



Rastojanje u 3D prostoru

- Ako je funkcija rastojanja u 3D prostoru definisana kao:

$$d(\mathbf{x}_1(n, k), \mathbf{x}_2(n, k)) = (r_1(n, k) - r_2(n, k))^2 + (g_1(n, k) - g_2(n, k))^2 + (b_1(n, k) - b_2(n, k))^2$$

dobija se izlaz koji je MA filter po kanalima slike.

- Ako je rastojanje tačaka u 3D kolornom prostoru Euklidsko:

$$d(\mathbf{x}_1(n, k), \mathbf{x}_2(n, k)) =$$

$$\sqrt{(r_1(n, k) - r_2(n, k))^2 + (g_1(n, k) - g_2(n, k))^2 + (b_1(n, k) - b_2(n, k))^2}$$

dobijamo vektor median filter.



Marginalni vs. vektor median

- Da bi sračunali vektor median treba da za svaku tačku sračunamo međusobna rastojanja $N \times M$ tačaka. Dakle, **vektor median je znatno računski složeniji od marginalnog median filtra.**
- Vektor median daje osvjetljaj na izlazu koji je jednak nekom od osvjetljaja slike iz lokalnog susjedstva. To kod marginalnog mediana ne mora biti slučaj jer on vrši filtriranje nezavisno po svim kanalima i dobijena boja može da potiče od različitih piksela u različitim kanalima. Stoga marginalni median može da produkuje boju koja ne postoji u slici a ljudi su osjetljivi na takve razlike. Dakle, **vektor median realnije predstavlja boje u slici.**



Vektor median realizacija

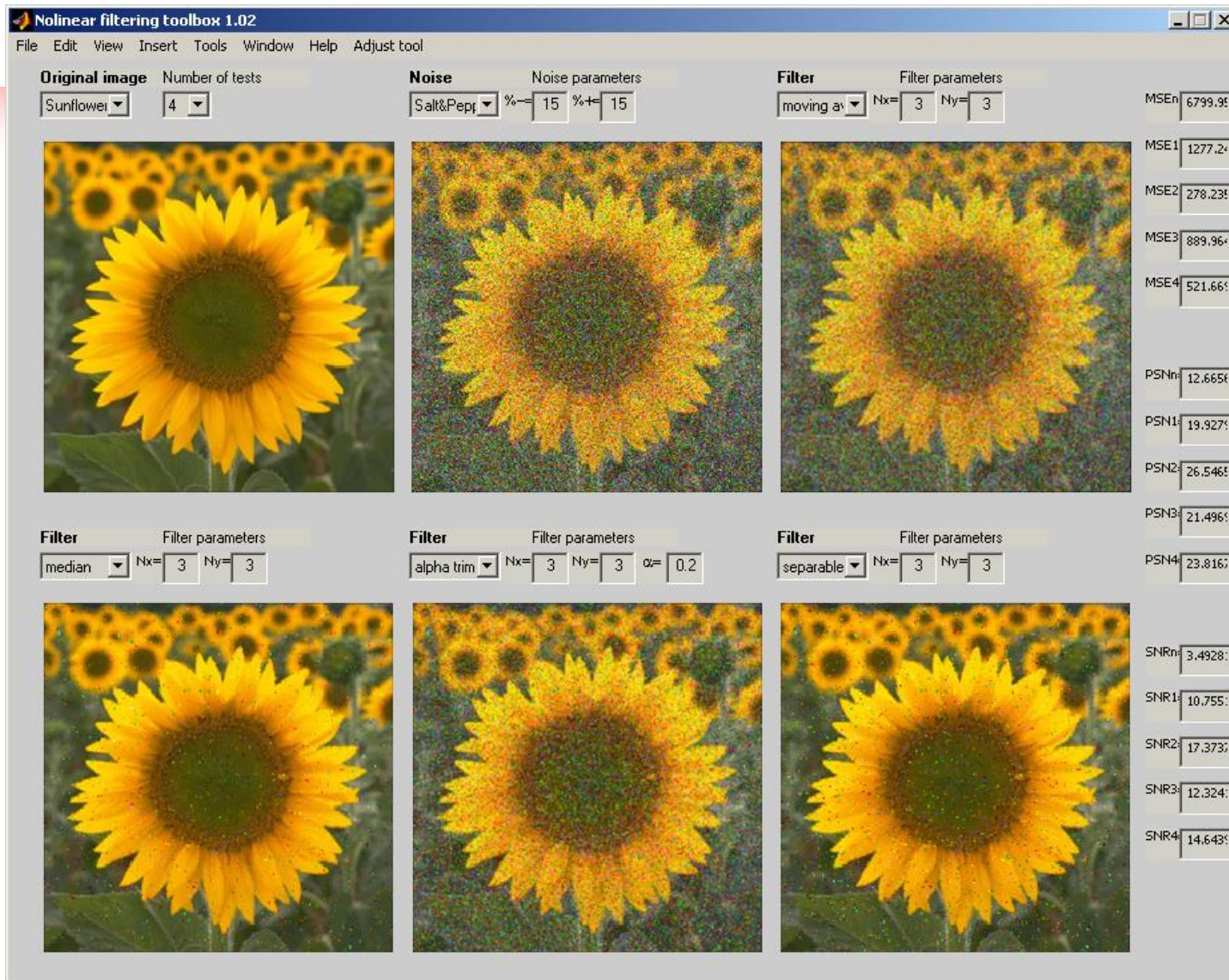
- Dajemo pseudokod realizacije vektor median filtra (postoji i tool koji sam razvio za ovu namjenu):
 - U dvostrukoj petlji se prolazi kroz sve tačke slike
 - Za svaki piksel se odredi lokalno susjedstvo
 - Za svako lokalno susjedstvo sračunaju se rastojanja osvjetljaja svakog piksela iz susjedstva od svih ostalih piksela iz susjedstva
 - Onaj piksel koji ima najmanje rastojanje proglašava se vektor medianom odnosno izlazom vektor median filtra za posmatranu tačku u slici.
- Za vježbu sami realizujte vektorski median filter, razmotrite i uporedite numerički složenost njegove realizacije sa realizacijom marginalnog median filtra.



Vektor L-filtri

- Kako Euklidska distanca nije i jedina moguća to nije problem definisati varijante vektor median filtara za druge distance.
- Postavlja se pitanje kako bi se realizovao L-filtar za slike u boji (a da nije marginalna varijanta). Odgovor je više manje prost. Ponove se tri prva koraka u proceduri za realizaciju vektor median filtra a zatim se izdvoje oni pikseli koji produkuju nekoliko najmanjih rastojanja i vrijednosti ovih piksela usrednje.
- Da vas obradujem treba da realizujete i ovaj filtari.
- Postoje i brojne varijante adaptivnih vektorskih filtara.

Tool



Kreirali smo Tool za nelinearno filtriranje slike (grayscale i u boji) koji realizuje većinu uvedenih kao i brojne druge filtre. Studenti mogu preuzeti verziju 1.02 ovog tool-a. Veća revizija toola je u toku i trebala bi da produkuje znatno ubrzanje pojedinih algoritama kao i nizom drugih propratnih mogućnosti.



Nelokalni filtri

- Svi do sada uvedeni filtri su bili lokalni (pikseli u lokalnom susjedstvu su tretirani kao procjena vrijednosti za posmatrani centralni piksel).
- Problem je u činjenici što u realnim slikama često imamo ivice i druge efekte koji čine pretpostavku o sličnosti nerealnom.
- Prvi algoritam je zasnovan na totalnoj (ukupnoj) varijaciji.
- Kod filtra sa totalnom varijansom funkcija gubitaka se formira iz dva dijela od kojih je prvi isti kao kod standardnog filtra sa pokretnom sredinom kojoj je dodata ukupna varijacija na navedenoj putanji.
- Pretpostavimo da imamo signal $y(n)$ koji predstavlja superponiran signal $x(n)$ sa aditivnim šumom $v(n)$. Radi jednostavnosti uzмимо 1-D signale.



Totalna varijacija

- Funkcija gubitaka se može opisati kao:

$$J_{s(n)} = \sum_{n=1}^N [y(n) - s(n)]^2 + \lambda \sum_{n=2}^N |s(n) - s(n-1)|$$

→ **Kontroliše uticaj totalne varijacije.**

- Ne postoji formula koja ovo minimizuje u zatvorenom obliku pa su predloženi različiti postupci za implementaciju.
- Danas su najpoznatiji algoritmi sa nelokalnim susjedstvom BM3D klasa koja traži blokove u slici sličnog oblika (slike često posjeduju ovakve ponavljajuće oblike) i vrši 3D filtriranje takvih obrazaca. Dobijeni rezultati su odlični!



Pseudobojenje

- Pseudobojenje je procedura u kojoj se slika u kojoj nema informacija o boji (sivoskalirana) pretvara u sliku sa bojama.
- Prvo što pada na pamet kada se pomene pseudobojenje je da imamo fotografiju babe i đeda (ili neki pejzaž) koju bi željeli da prikažemo u boji. Bez obzira na značaj po nas ovakvih slika pseudobojenje nije takva operacija.
- Pseudobojenje se obično primjenjuje ne da dobijemo realističnu sliku u boji na osnovu sivoskalirane već da dobijemo sliku u kojoj se neki detalji mogu vidjeti na osnovu boja a koji se inače ne mogu vidjeti u sivoskaliranoj slici (ljudi dobro vide boje a slabo nijanse sivog).



Primjena pseudobojenja

- Pseudobojenje se primjenjuje u sistemima za nadzor (X-zraci na aerodromima) gdje se pokušava pomognuti radnicima sigurnosnih službi da prepoznaju eksplozivne i druge nedozvoljene materije ili krijumčarenu robu.
- Najpoznatija primjena pseudobojenja je ipak u medicini. Sitni krvni sudovi (kapilari) u tkivu koje proizvode sličan osvjetljaj, snimanje rada bubrega, kolor ultrazvuk sistemi su samo dio primjena pseudobojenja u medicini.



Metode pseudobojenja

- Ovdje ćemo objasniti tri metode pseudobojenja.
- Prva metoda je najprostija. Svakoj sivoskaliranoj nijansi se dodijeli jedna boja iz RGB prostora.
- Ovo je veoma slično kolornoj mapi samo što se sada sivoskalirana slika tumači kao slika zapisana preko **kolorne mape**.
- Proizvođači koji vam prodaju uređaje kod kojih je ovakav način pseudobojenja implementiran vam zapravo prodaju (i dobro naplate) kolornu mapu koja za datu aplikaciju daje odlične rezultate. Proizvođač istražuje kolorne mape i otkrivenu, dobru, kolornu mapu naplati prodajom uređaja.
- U istu grupu tehnika spada i dijeljenje nivoa osvjetljaja u određene zone i pseudobojenje pojedinih zona osvjetljaja određenom na sličan način utvrđenom nijansom.



Pseudoboje u spektralnom domenu

- Mnogo sofisticiranija (i teža za realizaciju ali ne i za naplatu) je tehnika pseudobjenja u **spektralnom domenu**.
- Pretpostavimo da imamo sliku sa sitnim kapilarima u tkivu i da su kapilari i tkivo sličnog osvjetljaja.
- Sitni detalji (kapilari) se nalaze na višim frekvencijama dok se tkivo koje zauzima veći prostor nalazi na nižim.
- Ovdje je osnovna ideja detalje na višim frekvencijama obojiti u plavo a ostatak slike obojiti u crveno. Kako se to postiže?



Spektralni domen

- Ako je originalna slika $f(n,m)$ tada se kanali u crvenoj, zelenoj i plavoj dobijaju kao:

$$C_R(n,m) = f(n,m) *_{n,m} h_H(n,m)$$

$$C_G(n,m) = f(n,m) *_{n,m} h_B(n,m)$$

$$C_B(n,m) = f(n,m) *_{n,m} h_L(n,m)$$

- Gdje su $h_H(n,m)$, $h_B(n,m)$ i $h_L(n,m)$ redom impulsni odzivi niskopropusnog, filtra propusnika opsega i visokopropusnog filtra.
- Često se ovi filtri definišu u spektralnom domenu kao:

$$H_H(\omega_1, \omega_2) = \begin{cases} 0 & D(\omega_1, \omega_2) \leq D_H \\ 1 & D(\omega_1, \omega_2) > D_H \end{cases} \quad H_L(\omega_1, \omega_2) = \begin{cases} 1 & D(\omega_1, \omega_2) \leq D_L \\ 0 & D(\omega_1, \omega_2) > D_L \end{cases}$$



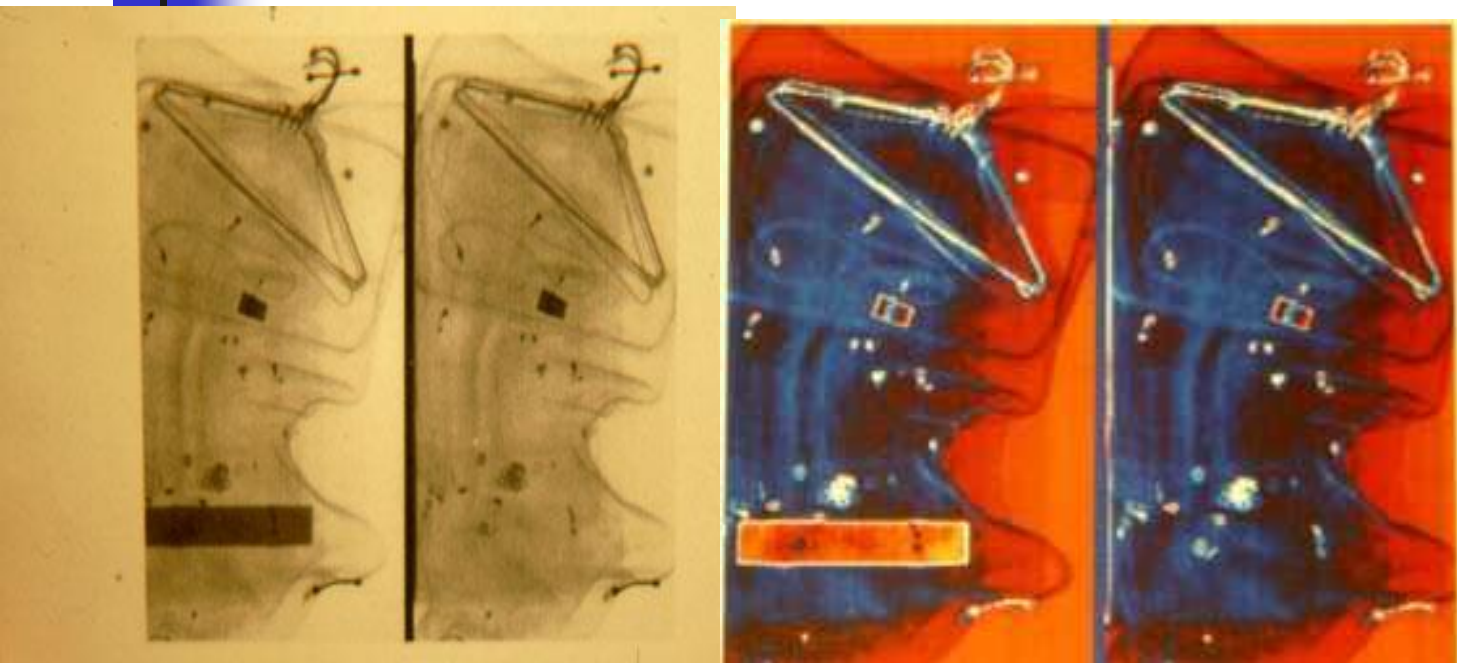
Pseudoboje – spektralni domen

$$H_B(\omega_1, \omega_2) = \begin{cases} 1 & D_L < D(\omega_1, \omega_2) \leq D_H \\ 0 & \text{drugdje} \end{cases}$$

gdje je: $D(\omega_1, \omega_2) = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}$

- Kako vam se prodaje pseudobojenje u spektralnom domenu?
- Prodaju se zapravo optimalni parametri D_L , D_H , moguće modifikacije vezane za funkciju $D(\omega_1, \omega_2)$ kao i eventualne verzije filtara sa blažim prelazima u odnosu na ove “cut-off” filtre. Najvažnije od svega je utvrditi kako diskretizovati dobijene vrijednosti pojedinih kanala odnosno sa kolikom “snagom” se pojedini kanali pojavljuju u rezultujućoj slici.
- Zajedno sa senzorikom ovo se sve uklopi u uređaj i prodaje po određenoj cijeni.

Primjer



Pseudobojenje
slika u
sigurnosnim
sistemima je
veliki izazov.
Ovo je slika
kofera
napravljena
pomoću X-zraka
i njena
pseudoverzija.

Veoma jasno vidljiv crveni pravougaonik na trećoj slici je **plastični eksploziv**. Sa prve slike gdje je dat pogled na isti kofer bez pseudoboja ne može se zaključiti priroda materijala. Pošto slikom sa pseudoboja dominiraju crveni i plavi tonovi može se pretpostaviti da je napravljena pseudobojenjem **u spektralnom domenu**.



Pseudobojenje sa više slika

- U medicini (a ponekad i u nekim drugim oblastima) pseudobojenje se provodi na jedan specifičan način.
- Kreiraju se dvije slike istog objekta.
- Bojama se ističu razlike između te dvije slike.
- Tipičan primjer su različiti oblici rezonansi i skenera gdje se kreira jedna slika tijela a zatim se u tijelu ubrizgava određeni reagens (ponekad jod ali ima situacija kada se radi i sa radioaktivnim supstancama od kojih je jedna moguća radioaktivni jod). Razlike dvije slike se kodiraju u kolornoj paleti i superponiraju sa polazom slikom. Npr. jasno možemo da vidimo da recimo krv ne teče kroz neke krvne žile ako u zoni krvnih žila nema razlike između polazne slike i kanala sa razlikama.
- Na sličan način se gleda stanje rada bubrega. Ljekar drži ultrazvučnu sondu iznad bubrega. Aparat kreira nekoliko frejmova i oduzima susjedne frejmove. Razliku superponira sa slikom. Pojava razlika sugerije da bubreg radi.



Halftonizacija - Dithering

- Halftonizacija i dithering su strategije kako sliku u kontinualnim nijansama sivog štampati na štampaču koji raspolaže samo sa jednom bojom.
- Ovdje se koristi mana ljudskog oka da više tačkica u jednoj boji na malom rastojanju vidi kao neku nijansu.
- Ovo omogućuju da ako želimo da šampamo crnu boju ostavimo mnoštvo crnih tačkica na malom rastojanju, ako želimo da šampamo sivo onda postavljamo manji broj crnih tačkica a ako želimo da šampamo jako svijetlu nijansu sivog onda postavimo svega nekoliko crnih tačkica na malom rastojanju.



Halftonizacija

- **Halftonizacija** je prostija od dvije strategije za dobijanje diskretnih iz kontinualnih tonova da bi se omogućilo štampanje na štampačima.
- Ova strategija ima jednostavnu ideju. Jedan piksel originalne slike se predstavlja kao $v \times \mu$ crnobijelih tačkica na štampaču (**standard za tekst je u Evropi se koristi 8×8 ili 10×10 dok je u Japanu i nekim drugim azijskim zemljama 12×12 kako bi se mogli reprodukovati kanji-ji – kineski karakteri).**
- Pretpostavimo da je zona mogućih osvjetljaja originalne slike od $[A_{\min}, A_{\max}]$.



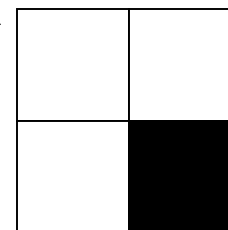
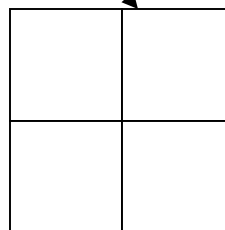
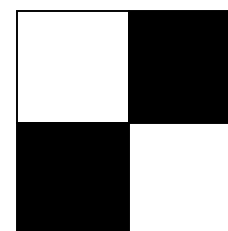
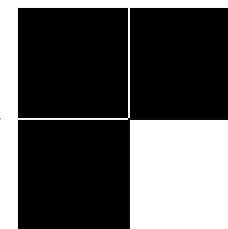
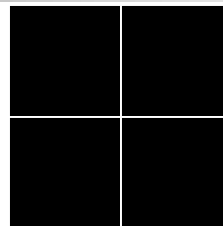
Halftonizacija

- Zona mogućih osvjetljaja se dijeli na $v \times \mu + 1$ nivoa na sledeći način: i -ti region je $[A_{\min} + (i-1)\Delta A, A_{\min} + i\Delta A)$ gdje je $\Delta A = (A_{\max} - A_{\min}) / (v \times \mu + 1)$ gdje $i \in [1, v \times \mu + 1]$. Prvi region ($i=1$) osvjetljaja predstavlja najtamnija mjesta pa mu se dodjeljuje $v \times \mu$ crnih tačaka. Svakom narednom se dodjeljuje manji broj crnih tačaka odnosno i -toj zoni osvjetljaja odgovora $v \times \mu - i + 1$ crnih tačaka.
- Ilustrujmo ovo na krajnje simplifikovanom primjeru 2×2 zone i sa osvjetljajima u granicama $[0, 255]$.

Halftonizacija - primjer

Ovi oblici se često nazivaju **binarnim fontom**.

Osvjetljaj [0,51)	4 crna
Osvjetljaj [51,102)	3 crna
Osvjetljaj [102,153)	2 crna
Osvjetljaj [153,204)	1 crni
Osvjetljaj [204,255]	bez crnih

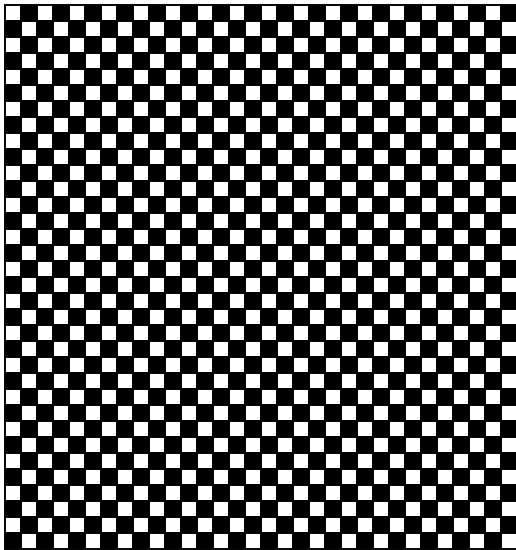


- Halftonizacija je jednostavna procedura koja ima jednu manu koja ograničava njenu upotrebu.
- Napominjemo da tehnički detalji realizacije halftonizacije mogu biti nešto drugačiji od predstavljenih.

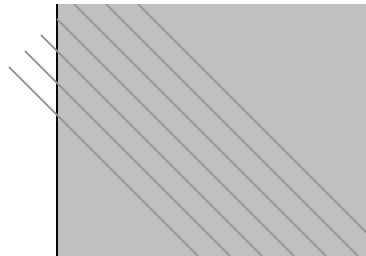


Halftonizacija problem

- Pretpostavimo da je slika u većoj zoni uniformno osvjetljena i neka taj osvjetljaj odgovara slučaju sa dva crna piksela.



Ovdje je data uvećana slika tog obrasca. Ljudi ne mogu da razlikuju bliske crne i bijele tačkice ali mogu da prepoznaju jasno ponavljajuće obrasce čak i kada su veoma mali. Najveći problem su linije koje jasno vidimo tako da bi zapravo vidjeli sliku nešto kao:





Dithering

- Dithering je složenija procedura kojom se u metodologiju za dobijanje binarne slike iz sivoskalirane dodaju stohastički (slučajni) elementi.
- Halftonizacija se može shvatiti i kao zaokruživanje odsjecanjem. Kod ditheringa se nastoji umanjiti odnosno distribuirati greška koja se dobija u procesu generisanja binarne iz slike sa kontinualnim tonovima (ili približno kontinualnim).
- Prilikom ditheringa primjenjuje se tzv. ditherujuća matrica čije je dobijanje zadato preko rekurzivnih relacija.

Određivanje dithering matrice

- Ditherujuća matrica dimenzija $n \times n$ se dobija na osnovu matrice dimenzija $(n/2) \times (n/2)$:

$$D^n = \begin{bmatrix} 4\underbrace{D^{n/2}}_{\text{matrica manjih dimenzija}} + D_{00}^2 U^{n/2} & 4D^{n/2} + D_{01}^2 U^{n/2} \\ 4D^{n/2} + D_{10}^2 \underbrace{U^{n/2}}_{\text{matrica dimenzija } (n/2) \times (n/2) \text{ sa svim jedinicama (ones u MATLAB-u)}} & 4D^{n/2} + \underbrace{D_{11}^2}_{\text{matrica dimenzija } (n/2) \times (n/2) \text{ sa svim jedinicama (ones u MATLAB-u)}} U^{n/2} \end{bmatrix}$$

Element na poziciji (i,j) u ditherujućoj matrici 2×2 . Indeksiranje ovdje počinje od 0.

$$D^2 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Ova matrica se usvaja.



Ditherujuća matrica

- Dobijena ditherujuća matrica dimenzija 4×4 (provjeriti):

$$D^4 = \begin{bmatrix} 0 & 8 & 2 & 10 \\ 12 & 4 & 14 & 6 \\ 3 & 11 & 1 & 9 \\ 15 & 7 & 13 & 5 \end{bmatrix}$$

- Najčešće se koristi matrica dimenzija 8×8 koju možete sami da odredite.
- Dobijena ditherujuća matrica se periodično ponavlja u slici sa kontinualnim tonovima do kraja slike po obje koordinate.



Određivanje binarne slike pomoću ditherujuće matrice

- Kako maksimalna vrijednost koja je upisana u ditherujućoj matrici ne mora da bude odgovarajuća našoj slici to se često ova matrica **skalira** (zapravo množi) sa nekom konstantom prije upotrebe. Obično je ta konstanta A_{\max}/D_{\max} gdje je A_{\max} neka (velika) vrijednost osvjetljaja slike a D_{\max} je maksimalna vrijednost upisana u ditherujućoj matrici.
- Binarna slika se određuje kao:

$$g(k,l) = \begin{cases} 1 & f(k,l) > T(k,l) \\ 0 & \text{drugdje} \end{cases} \quad \text{gdje je prag:}$$

$$T(k,l) = (A_{\max} / D_{\max}) D^n (k \bmod n, l \bmod n)$$

Primjer halftonizacije i ditheringa



originalni majmun

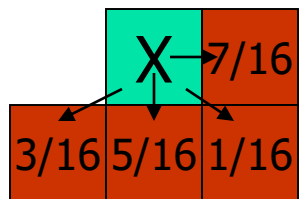
**halftonizacija
binarnim fontom u
10 nivoa**

**dithering sa 8×8
matricom**

Proveli smo eksperiment sa malim brojem piksela polazne slike kako bi rezultati bili očigledni. Kod halftonizacije ako se malo napregnete možete čak da vidite i oblik binarnog fonta.

Floyd Steinberg dithering

- Ovaj algoritam ditheringa je predložen 1976-te godine i do danas je ostao jedan od najpopularnijih.
- Kvantizaciona greška prilikom ditheringa se raspoređuje na piksele dolje i desno u odnosu na posmatrani piksel na sledeći način:



Dobra strana algoritma je što se slika obrađuje piksel po piksel i greška se prenosi na piksele koji do sada nisu obrađeni.

- Grubi pseudokod ovog algoritma je sledeći:
for n=1:N
 for m=1:M
 G(n,m)=najbliža manja u paleti u odnosu na {F(n,m)}



Floyd Steinberg dithering

$E = F(n, m) - G(n, m)$ %greška kvantizacije

$F(n, m+1) = F(n, m+1) + 7 * E / 16$

$F(n-1, m) = F(n-1, m) + 3 * E / 16$

$F(n+1, m) = F(n+1, m) + 5 * E / 16$

$F(n+1, m+1) = F(n+1, m+1) + E / 16$

end

end

- Postoje i druge tehnike ditheringa koje ovdje zbog kratkoće vremena neće biti detaljno prikazivane
- Halftonizacija (dithering) u boji je posebno izazovan problem jer se mora provesti na većem broju kanala a mora se voditi računa i o međusobnoj interakciji pojedinih kanala pa čak i uglu pod kojim se pojedine tačkice u raznim osnovnim bojama postavljaju jedne u odnosu na druge.



Za samostalni rad

- Kreirati Wienerov filter za sliku koja je zahvaćena bijelim Gausovim šumom. Filter vrši estimaciju standardne devijacije šuma na osnovu poznate relacije da je standardna devijacija približno:

$$\hat{\sigma} = \text{median}\{|x(n) - x(n-1)|, n \in [2, N]\} / 0.6745$$

odnosno kao median apsolutne razlike osvjetljaja susjednih piksela.

Napomena. Relacija je data za 1D slučaj. Prilagodite je 2D slučaju.

- Realizujte inverzni filter. Da li dobijate očekivane rezultate a ako ih ne dobijate pokušajte da odredite uzroke? Na Internetu ili od predmetnog nastavnika možete dobiti više podataka o inverznim filterima i njihovoj praktičnoj implementaciji.
- Razmotrite metodologiju za estimaciju parametara motion blura ako kretanje može da bude u proizvoljnom pravcu. Razmotrite zatim način da ugradite informacije o estimiranom motion bluru u inverzni filter.



Za samostalni rad

- Inverzno filtriranje i Gaussian blur. Načini za estimaciju parametara Gaussian blura. Razmotrite praktične efekte realizacije a zatim identifikujte teškoće u realizaciji. Potražite dodatnu literaturu (knjige, Internet i predmetni nastavnik) gdje možete naći podatke o prevazilaženju praktičnih problema kod realizacije ovog filtra.
- Realizujte marginalni median, vektor median, vektor L-filtar za sliku u boji.
- Pogledajte realizaciju nonlinear filtering toolboxa a posebno realizacije varijanti vektorskih filtara za filtriranje slike u boji. Pokušajte da smislite metode za ubrzavanje rada ovih filtara.
- Realizujte sve tri tehnike za pseudobojenje koje su demonstrirane na predavanjima. Opišite probleme sa kojima se susrijećete u radu.
- Realizujte obje tehnike za halftonizaciju (binarni font i dithering).



Za samostalan rad

- Pronađite podatke o Floyd-Steinbergovom algoritmu za dithering i realizujte tu metodologiju.
- Pronađite podatke o kolor ditheringu i realizujte neku od tehnika kolor ditheringa.
- **Miniprojekat.** Poseban problem kod ditheringa je **inverzni dithering**. To je tehnika kako iz binarne slike da dobijemo kontinualnu sliku. Ovo u suštini predstavlja filtriranje binarne slike tako da izlaz iz filtra nije binaran. Predložite sopstvenu tehniku za inverzni dithering a zatim pronađite što postoji u dostupnim publikacijama.
- Realizovati algoritam zasnovan na totalnoj varijaciji.
- Pronaći podatke i realizovati BM3D algoritam.
- Pronaći podatke o *shape adaptive* (adaptivnog oblika susjedstva) algoritmima za filtriranje digitalne slike.